

Урок 2

Тема уроку: Арифметична прогресія, її властивості. Формула n-го члена арифметичної прогресії.

Підручник Алгебра 9 клас Мерзляк §3, п. 16

Добрий день, мої любі!

На цьому уроці ви повинні опанувати одну з числових послідовностей – це арифметична прогресія, вивчити її властивість і формулу n-го члена арифметичної прогресії.

Але спочатку перевіримо домашнє завдання! №15.6: 1) 4; 2) 22; 3) 61. №15.8: 1) 18; – 6; 2; $-\frac{2}{3}$; $\frac{2}{9}$; 2) – 1; 2; 5; 14; 53. №15.10: 1) Так; 2) Ні; 3) Так. Тепер можна перейти до нової теми.

Розглянемо числові послідовності:

1) 1; 2; 3; 4; ...

2) 1; 3; 5; 7; ...

3) – 3; 1; 4; 7; ...

Щоб знайти друге число першої послідовності, треба до першого числа додати **1**. Щоб знайти третє число, треба тепер до другого додати **1** і так далі.

У другої числової послідовності, щоб знайти наступне число, ми до попереднього додаємо **2**. З'ясуйте, яке число ми додаємо в третій числовій послідовності!

Отже всім цим числовим послідовностям притаманна одна характерна особливість: кожний наступний член послідовності отримано додаванням одного і того ж числа до попереднього члена послідовності. Такі послідовності називають **арифметичною прогресією**. Позначається арифметична прогресія (a_n) , а її члени починаючи з першого $a_1, a_2, a_3; \dots$

Число, яке постійно додають, називають **різницею** арифметичної прогресії і позначають буквою **d**. Знаходять її віднімаючи від другого члена арифметичної прогресії перший або від третього другий або від четвертого третій і так далі

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_{n+1} - a_n$$

Різниця може бути як додатнім так і від'ємним числом!

Розглянемо **властивість** арифметичної прогресії. Нехай нам дані три послідовних члени арифметичної прогресії. Наприклад a_1, a_2, a_3 тоді середнє число дорівнює середньому арифметичному інших двох чисел $a_2 = (a_1 + a_3)/2$. В загальному вигляді запишемо так $a_n = (a_{n+1} + a_{n-1})/2$.

Щоб знайти будь-який член арифметичної прогресії достатньо знати a_1 і d .

Формула для знаходження n-го члена арифметичної прогресії має вигляд

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Попрацюємо з підручником стор. 162

№16.5

Дано: $a_1 = 4, d = 0,4$.

Знайти: 1) a_3 ; 2) a_{11} ; 3) a_{32} .

Розв'язання:

- 1) Якщо дано a_3 , то $n = 3$ – номер цього числа. Отже $a_3 = 4 + (3 - 1) \cdot 0,4 =$
4,8;
- 2) $a_{11} = 4 + (11 - 1) \cdot 0,4 =$ 8;
- 3) $a_{32} = 4 + (32 - 1) \cdot 0,4 =$ 16,1.

№16.7

Дано: (a_n) : 2,6; 2,9; 3,2; ...

Знайти: d, a_{201}

Розв'язання:

$$a_1 = 2,6; a_2 = 2,9 \text{ отже } d = a_2 - a_1 = 2,9 - 2,6 = \underline{0,3}$$

$$a_{201} = 2,6 + (201 - 1) \cdot 0,3 = \underline{62,6}.$$

№16.10

Дано: (x_n) – арифметична прогресія, $x_1 = 2, x_8 = -47$

Знайти: d

Розв'язання:

$$\text{З формули } a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \text{ виразимо } d = \frac{a_n - a_1}{n - 1}. \text{ Отже } d = \frac{x_8 - x_1}{8 - 1} = \frac{-47 - 2}{7} = \underline{-7}$$

№16.13

Чи є членом арифметичної прогресії (c_n) число 20,4, якщо $c_1 = 11,4$, а $d = 0,6$?

Розв'язання:

Якщо номер числа 20,4 невідомий, то ми це число позначаємо a_n . Отже за формулою $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ маємо

$$11,4 + (n - 1) \cdot 0,6 = 20,4$$

$$(n - 1) \cdot 0,6 = 20,4 - 11,4$$

$$(n - 1) \cdot 0,6 = 9$$

$$n - 1 = 9 : 0,6$$

$$n - 1 = 15$$

$n = 16$ – натуральне число, отже 20,4 є членом арифметичної прогресії (c_n) з номером 16

№16.15

Дано: $a_1 = -6, a_3 = 12$

Знайти: a_2

Розв'язання:

$$\text{За властивістю арифметичної прогресії маємо } a_2 = \frac{a_3 - a_1}{2} = \frac{12 - (-6)}{2} = \underline{9}$$

№16.17

Дано: (b_n) – арифметична прогресія, $b_5 = 11, b_{11} = -7$

Знайти: b_1

Розв'язання:

$$\text{Щоб знайти } b_1 \text{ спочатку треба знайти різницю } d = \frac{b_{11} - b_5}{11 - 5} = \frac{-7 - 11}{6} = -3$$

З формули $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ виразимо $a_1 = a_n - (n - 1) \cdot d$. Отже

$$b_1 = b_5 - (5 - 1) \cdot d = 11 - 4 \cdot (-3) = \underline{23}$$

Домашнє завдання: Підручник § 3, п.16. Виконати №16.6(1,2), 16.9, 16.11, 16.14, 16. 16, 16.18

Наснаги вам!